



Изграждане на компетентности за моделиране чрез работа по проекти по математика и ИТ

Евгения Сендова



София 2014

1. Увод

Преди да започнем с поредните мъдри съвети как се преподава математика, че учениците ни да имат по-добри постижения на тестове от типа на PISA, нека споделим с вас една случка, разказана от известния писател-фантаст Айзък Азимов, който е написал и множество научно-популярни творби [1]:

Когато баща ми разглеждаше една от научнопопулярните книги, които бях публикувал наскоро, той учудено ме попита:

- *Откъде си научил всички тези неща, Айзък?*
- *От теб, тате - отговорих аз.*
- *От мен? Че аз не знам нищо от това, което пише тук.*
- *Няма значение, тате. Ти ме научи да ценя знанието, а всичко онова в книгите ми е само детайли...*

2. Една визия за образованието

Във време, в което технологиите се менят изключително динамично, важното е да се опитват да научат учениците си на основните принципи на работа, а детайлите може да оставят на самите тях да открият. Ще се изненадате (а може би вече сте свикнали на това), че те бързо ще се ориентират и дори ще открият повече от един начин за извършване на конкретна дейност.

Именно такива умения – да се ориентира човек в нова среда, да намира подходяща за конкретни цели информация, да преценява кога да подходи към даден проблем самостоятелно, а кога да се допита до експерт, **да работи по дългосрочен проект**, да работи в екип, са много по-важни за гражданите на бъдещото общество, отколкото познаването на конкретни детайли от конкретна информационна технология, на конкретна формула, на конкретен алгоритъм за конкретна дейност.

Първоначалните опасения, че информационните технологии щели да изместят учителя (или поне да намалят неговата роля) са свързани с парадигмата на учебния процес като едностранен процес, при който учителят „налива знания в главата на ученика“. Този страх става неоправдан, ако разглеждаме учебния процес по-скоро като процес на „генериране на знания“ с обединените усилия на учителя и учениците.

Такъв тип учебен процес се изгражда най-естествено върху основата на идеите на конструкционизма. Да припомним някои от тях:

- *Ученето да бъде действено (активната роля да бъде предоставена на учениците)*
- *Технологиите да се използват като строителен материал*
- *Преодоляването на трудности да се съчетава с развлекателност*
- *Да демонстрираме на учениците, че човек може да се научи да учи (и че ученето продължава цял живот)*
- *Да отделяме достатъчно време за всяка задача/проект*
- *Да покажем на учениците си ролята на грешките в учебния процес и че не избягването им, а преодоляването им допринася за разбирането и научаването на нещата*
- *Да съдействаме на учениците си да стигнат до продукт, който има външен израз и може да се споделя*

- *Да покажем на учениците си, че ученето е борба (включително и за нас)*
- *Да внушим на учениците си идеята, че **да овладеем технологиите** е важно, но **най-важното** е да ги използваме **СЕГА така, че да се научим да се справяме със сложни проблемни ситуации в БЪДЕЩЕ***

Последният принцип е особено важен – не самото използване на новите технологии гарантира подобряването на учебния процес, а начинът, по който ги използваме.

Впрочем подобна мисъл е изказал и създателят на електронния компютър, Джон Атанасов: *Компютърът е само средство, оръдие и полезен инструмент и остава полезен само ако хората успеят да го използват добре.*

С други думи, ако направите информационните технологии част от учебна среда, в която ученето е свързано с преодоляване на предизвикателства, с елементи на изследователско търсене и с произвеждане на продукт, който може да се споделя, няма опасност учениците ви да скучаят. А и вие ще се почувствате щастливи, ако научите нещо ново с тяхна помощ.

Един от най-цитираните автори в контекста на ИТ в образованието, Сиймър Пепърт, който развива конструктивистките идеи на Пиаже и формулира основните принципи на конструкционизма, казва в статията от началото на 70-те години (*Да учим децата как да бъдат математици или да ги учим за математиката* [2]) следното:

Може би ако човек се научи да прави малки открития, това ще го насочи по пътя към големите открития с по-голяма сигурност, отколкото ако научи известен брой математически понятия.

3. Изграждане на ключови компетентности в контекста на съвременното математическо образование

Основната цел на редица съвременни европейски проекти, свързани с образованието по математика и природни науки с използване на информационни технологии (*I*Teach, InnoMathEd, Fibonacci, DynaMat, Math2Earth, MaSciL, Scientix2, KeyCoMath*) е да се разработят и внедрят иновативни дидактически концепции и педагогически стратегии за съществено подобряване на учебния процес в европейските страни. Новите образователни технологии почиват на информационните технологии, но не се свеждат само до тях. Те трябва да осигурят сериозен мост, за да може процесът на обучение и образование да излезе от училище, защото училището е само една част от дома на образованието [3].

Методологията на тези проекти се основава на методи за активно учене, при които ученикът е в центъра на учебния процес, действа в изследователски стил, наблюдава закономерности, формулира хипотези, моделира реални явления и обекти, а учителят е съветник и партньор при разработването на проекти и ги насърчава да мислят и творят. *Той не проповядва факти, а стимулира действия* [4].

Съществен аспект при изследователския подход в математическото образование е, че учителят трябва да участва активно в самия процес на учене (и като човек, който научава нещо ново, разрушавайки представата на повечето ученици, че *учителите по математика няма какво повече да учат – нали всичко е в учебниците и сборниците...*). А както картинно представя този процес Пепърт [5], най-добрият начин да станеш добър дърводелец е *като чиракуваш на добър дърводелец в процеса на дърводелстване. По аналогия, за да се научиш да учиш, трябва да практикуваш с добър практик в процеса на учене, с други думи учениците трябва да видят учителя си в процес на учене, в процес на правене и поправяне на грешки, в процес на откривателство и да споделят с него този акт.*

Новите технологии дават чудесна възможност да учим и да преподаваме в изследователски стил.

Ключови компетентности, които могат да се изградят при такъв подход, са свързани с моделирането на обекти и явления, представляващи интерес за учениците, в контекста на проекти и работа в екип. Те са компоненти и на основните ключови компетентности, предмет на европейския проект *KeyCoMath* (<http://www.keycomath.eu/>).

Как да изградите такива компетентности у учениците ще се опитаме да обсъдим с вас в рамките на едномесечен курс. Ще споделим опита си от работа с редица ваши колеги – учители с различни специалности, с различен опит, преподаващи на различни класове, но с едно общо качество – желанието да бъдат полезни на учениците си, да се чувстват горди с това, което знаят, и да нямат комплекси от това, което все още не знаят...

4. Подходящи ресурси

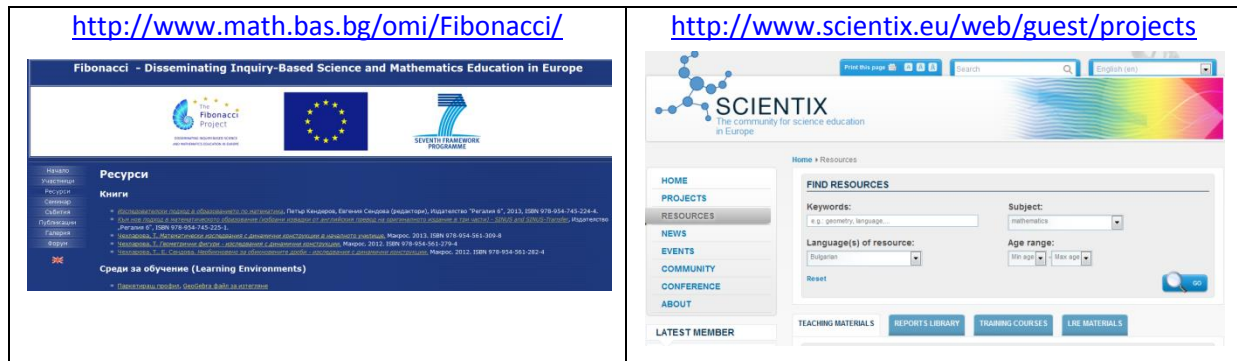
Колкото и добра да е една методология, тя не може да бъде внедрена без подходящи ресурси. В нашия случай съществен елемент от такива ресурси са динамичните сценарии от *Виртуалния училищен кабинет по математика (Матинет)* (www.math.bas.bg/omi/cabinet/):

Динамични сценарии за интегриране на математиката с изкуството

Тези динамични сценарии са подкрепени с методически ресурси и примери на добри практики, голяма част от които могат да бъдат намерени и в електронен вид на сайтовете на няколко европейски проекти, в които авторите на посочените разработки са участвали:

<http://www.mascil-project.eu/>

<http://www.dynamathmat.eu/>

Сайтове на проектите *Mascil*, *DynaMat*, *Fibonacci* и *Scientix*

5. Проекти за реставриране на артефакти

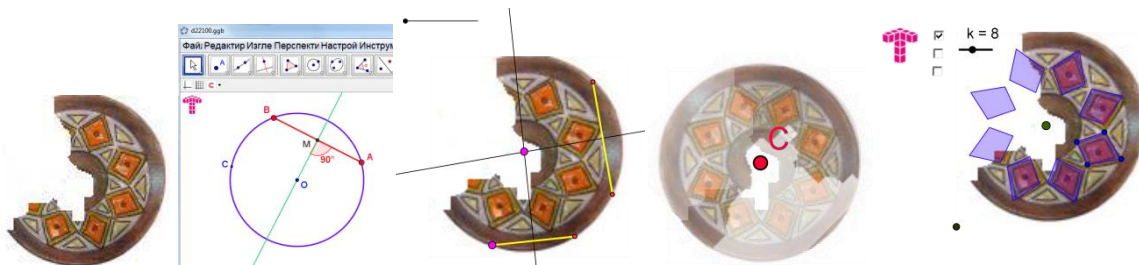
Свързването на образованието по математика с различни приложения в професионалната сфера прави изучаването на математиката по-смислено за учениците и обогатява представата им за работа в съответните области. Ресурси с разработки в тази посока може да намерите на българския сайт на проект *MaSciL*:



Българският сайт на проекта *Mascil*: <http://www.math.bas.bg/omi/mascil/resources.html>

5.1 Как да възстановим формата на счупена чиния

Ето фрагменти от динамичния сценарий [6], придружен и със съответни динамични файлове (<http://www.math.bas.bg/omi/mascil/docs/task-PlateRestoration-BG.pdf>):



„За да възстановите формата на чинията, опитайте се да откриете закономерност, която да ви помогне.

• Построена е хорда АВ на окръжност с център О и радиус ОС. Построена и е симетралата на хордата АВ. Движете точките А и/или В и наблюдавайте.

• Формулирайте хипотеза.

• Променяйте окръжността с преместване на точките О и/или С и проверете верността на хипотезата. Ако хипотезата остава вярна, опитайте да я докажете и я използвайте за възстановяване на чинията...”

„Направете план за възстановяване на рисунката върху чинията. Открийте закономерности. Удобно е да се използват информационни технологии.

Ето няколко идеи за възстановяване на рисунките, когато имаме основание да предполагаме, че е налична симетрия или ротационна симетрия ...”

При реставрация обаче трябва да е ясно коя е оригиналната част и коя – допълващата. Следващият проект е от ТИ и ИТ – помагало за 7 клас [7]. Ето фрагмент от сценария:

5.2 Как да помогнеш на бъдещето, като разгадаеш миналото

Тук ще научиш:

- как да правиш компютърни модели на чаши, вази и други антични съдове
- как да съобразяваш колко течност могат да съберат тези съдове;

И още:

- какви видове антични съдове има

И най-вече:

- как да се ориентираш и използваш различни програми и източници на информация при работа по проект
- как да работиш в екип
- как да представяш резултатите от съвместна работа пред публика
- как „да закръглиш” резултата от изследванията си и да го поднесеш на масата по подходящ начин, преди да са си отишли гостите

Предизвикателство

Сигурно си влизал в музей, в който са изложени творби на древни майстори. И до днес будят възхищение съдовете, в които обитателите на античния свят са съхранявали виното си – украсата отразява митове и легенди, а формите на съдовете са не само естетични, но и функционални (свързани с предназначението им). Пред твоя клас сега стои важна и интересна задача – да помогнете на археолозите, които са намерили в южното Черноморие три древни вази и глинена плочка с неразбираем текст.

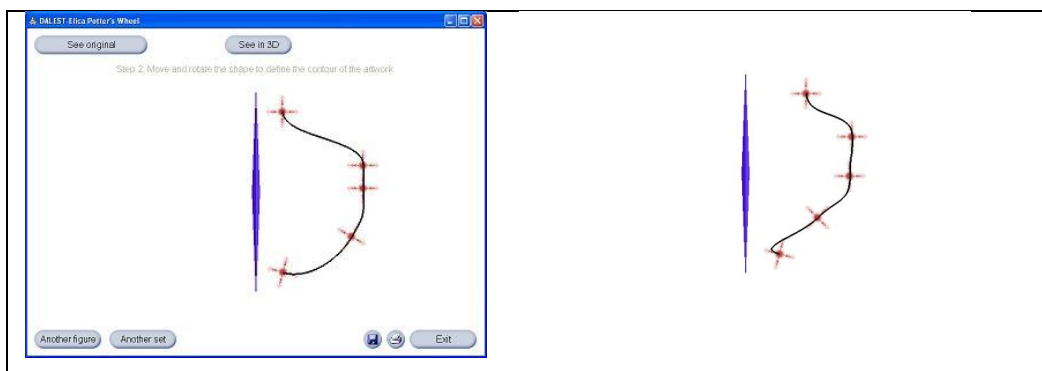
- Първата ваза е сравнително добре запазена, но все пак липсва част. Трябва да се направи компютърен модел на вазата, по който те да я реставрират.
- Другите два съда са запазени напълно, но единственото, което се знае за тях е, че се използват в комплект.



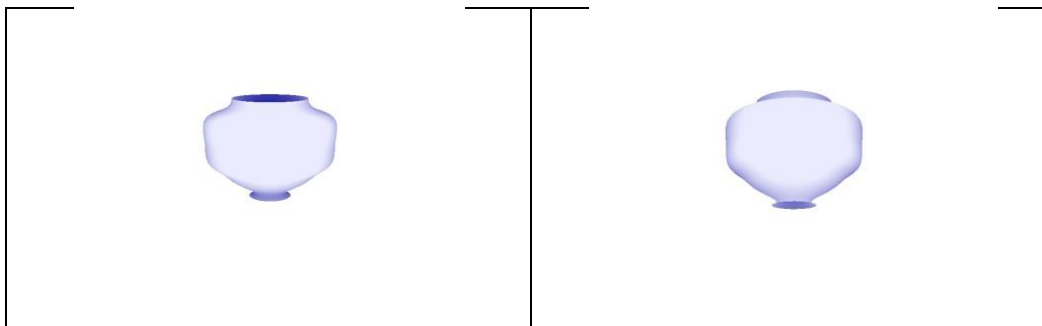
Разделете се на изследователски групи, в които да има експерти по: компютърно моделиране, сърфиране (в Интернет), представяне на изследователски проект

Захвани се за работа

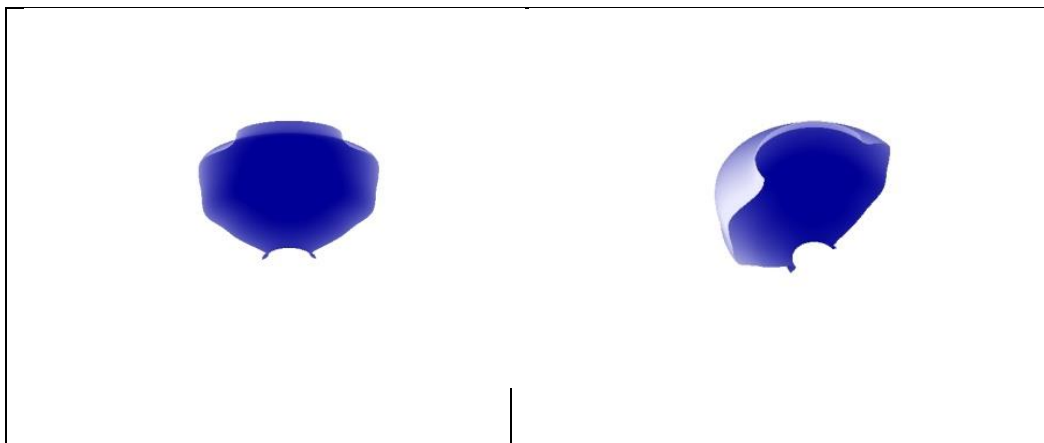
1. Стартирай програмата от *Грънчарско колело (Potter Wheel)* от приложенията в системата *Elica* [8]. След това:
 - Щракни последователно върху бутона **Another set** (*друго множество*), докато се появи надпис **Free shape set** (*свободна форма*)
 - Щракни върху бутона **Design** (*проектирай*)
 - След като си поиграеш с влаченето на точките, запази избрания профил с иконката за запазване на файл и го именувай, например **profil_1**.



- Сега можеш да видиш тримерното изображение на вазата, която би се получила от завъртането на профила около оста.



- Натисни бутона **Split**, за да видиш *разрез* на модела. (Влачи мишката, за да погледнеш разреза от различни страни.)



- Ако искаш да направиш нов модел, натисни бутона **Redesign** (*нов дизайн*)

2. Изследвай възможностите на програмата за създаване на ротационни тела чрез въртенето на профили, които са прости геометрични фигури

Упътване:

- За смяна на профила натисни бутона **Another set** (*друго множество*).
- За проектиране на ново тяло от същия профил натисни бутона **Another figure** (*друга фигура*).

Развихри се

- Посети местния музей и открий предмети, които са ротационни тела. Направи им снимки или скици.
- Създай модели на обектите от колекцията си от предмети с формата на ротационни тела с помощта на програмата *Potter Wheel* (*Грънчарско колело*).
- Изследвай възможностите на програмата *Bottle Design* (*Проектиране на вази*) и я сравни с *Грънчарско колело*.
- Направи модели на съдове с различна форма, които събират приблизително еднакво количество течност.
- Създай компютърен модел на избрана от теб старинна ваза и подготви музеев надпис, в който да се съдържа информация за епохата, през която е направена, приблизителната ѝ вместимост и за украсата.
- Пресметни колко вода трябва да се налее в охлаждащия съд, за да може след като се постави съдът с виното, водата да не прелее.

В *Книга за учителя* към помагалото са дадени следните препоръки, допълнителни въпроси, задачи и форми на оценяване:

5.3 Из Книга за учителя към ТИ и ИТ

Поощрявайте учениците да експериментират с идеите си. Например, ако проявяват интерес учениците могат да създадат модели на 'персонализирани' чаши, които съответстват на техните профили и впоследствие съучениците им да познаят коя чаша на кого е. Могат да се предложат и други задачи – моделиране на различни тела така, че пространството между тях да създава някаква фигура.



Оценяване на постиженията на учениците

Оценяването на учениците при подготовката на проекта е трудно да бъде формализирано. Още повече, че задачите по проекта нямат единствени решения. Например, получените резултати за вместимост на глинени съдове могат да се различават, но в рамките на разумното.

а) Устна форма

Устната форма на оценяване включва представянето на работата на екипа по проекта, като критерии могат да са стегнатост на представянето, точност при отговарянето на допълнителни въпроси, убедителност в обясненията как са решили конкретен проблем по време на проекта.

б) Писмена форма

Писмената форма на оценяване включва не само окончателния доклад или презентация, но и всички междинни резултати постигнати на всяка от задачите – намерени данни, създадени скици и модели, изчисления и таблици. Важно е също до колко целесъобразни са създадените резултати за останалите дейности по проекта.

в) Практическа форма

Освен преките резултати по работата върху задачите от проекта и представянето им, оценяването може да се влияе от фактори, които традиционно не се толерират в образованието, но са съществени за формиране на ключови компетентности:

- *Екипна работа.* Една от целите на проекта е учениците да работят заедно. Много е вероятно във всеки екип да има някой, който изпъква пред останалите. Висока оценка за екипността може да се постигне тогава, когато няма игнорирани членове на екипа и всеки е допринесъл за общия успех. Добре завършен проект, но осъществен само от един или двама ученика, не води до успешна екипна работа.
- *Иновации.* Позволявайте на учениците да използват разнообразни средства и технологии, дори и те да не са описани или препоръчани в учебника. Насърчавайте ги да използват елементи, типични за други учебни часове. Например, скици на антични съдове, направени в часовете по рисуване, или пък глинени модели в часовете по приложно изкуство, илюстрации от учебниците по история или литература...
- *Въображение.* Някои от нещата, които създават по време на проекта, могат да бъдат използвани, за да се направи училищна галерия, или пък да се използват за макети за изяви от най-различно художествено или научно естество.
- *Разсъждение.* Създаването на проект не е като решаването на тест. Едно и също нещо може да бъде сътворено по най-различен начин. Когато се получат разлики в резултатите,

използвайте възможността учениците да се опитат да обяснят причината за разликите и дали тези разлики са съществени.

- *Извънкласна дейност и домашни.* В проекта не са предвидени домашни в конвенционалният вид. Въпреки това част от нещата не могат да бъдат извършени в час и ще се наложи учениците да ги правят извън часовете под формата на домашни. Това включва посещение в музей, търсене на информация из енциклопедии и книги, подготвянето на материали за часовете и т.н.

6. Още идеи за проекти






6.1 Моделиране на тавани от старите български къщи

- Изберете (или направете) снимка на дърворезбован таван и го запазете във файл под името например *Tavan*.

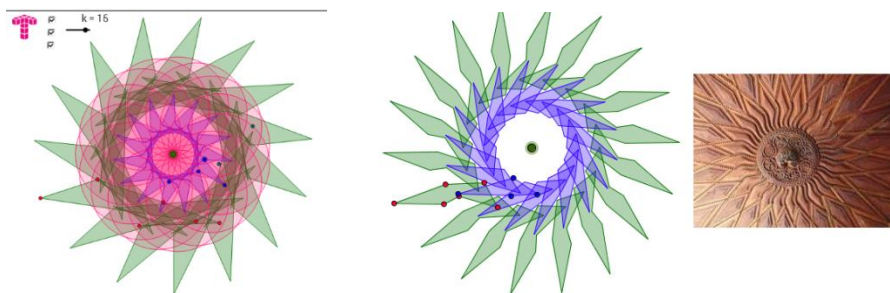


- Ще го моделирате с помощта на динамичен файл от раздел *Изкуство* на виртуалния кабинет [9] (www.math.bas.bg/omi/cabinet/):

 **Виртуален училищен кабинет по математика**

ДИНАМИЧНИ РЕСУРСИ	НАЧАЛО	ТЕСТОВЕ	ПУБЛИКАЦИИ	ЕТЮДИ	СЪБИТИЯ	ВРЪЗКИ	ЗА НАС
ПРЕДУЧИЛИЩЕ	БРОЙ ЗАДАЧИ НА САЙТА - 700						
ЧИСЛА 1	1 2 3 4 5 6 7 8						
ФИГУРИ 1	Рисувай-свободна ръка	Рисувай-свободна ръка	Рисувай-свободна ръка				
ИЗМЕРВАНЕ							
ЧИСЛА 2	.ggb	.ggb	.ggb				
ФИГУРИ 2	Пусни като Java аplet	Пусни като Java аplet	Пусни като Java аplet				
ТЕЛА	Ротационна симетрия	style Andy Warhol	style Andy Warhol				
ЧИСЛА 3							
ФИГУРИ 3	.ggb	.ggb	.ggb				
ФУНКЦИИ	Пусни като Java аplet	Пусни като Java аplet	Пусни като Java аplet				
ПРЕОБРАЗУВАНИЯ	style Andy Warhol	style Andy Warhol	style Andy Warhol				
СТАТИСТИКА							
ДРУГИ	.ggb	.ggb	.ggb				
ПЪЗЕЛИ							
ИГРИ							
ИЗКУСТВО							

- Заредете файла във формат .ggb, за да влезете в системата *GeoGebra*.



- Вмъкнете снимката на тавана със съответния бутон и се опитайте да постигнете добро приближение, като движите точките и плъзгача за брой на елементите.
- Открийте зависимостта между броя на елементите и ъгъла между тях.

6.2 Моделиране на снежинки

- Влезте във Виртуалния кабинет и въведете думата „снежинка” в полето за търсене:



- Моделирайте снежинки с помощта на динамичните конструкции от различните файлове
- Изтеглете сценария за моделиране на снежинки [10], разработен от доц. Тони Чехларова по проекта *Mascil*, за още идеи за създаване на модели (не само компютърни):

<http://www.math.bas.bg/omi/mascil/docs/task-Snowflakes-bg.pdf>

7. В заключение няколко думи за новата роля на учителите

Още Ръсел казва, че *методите и духът на преподаване са по-важни от учебната програма*. Ролята на учителя при прилагането на методи за активно учене, каквито са предложени в разработките по споменатите проекти, е свързана с много смелост, отдаденост и готовност да се учиш цял живот. Последната компетентност може би е най-важната от всички. При проектно-ориентирания подход учителите стават естествени партньори на учениците в планирането, разпределението на задачите между членовете на екипа, търсенето на информация, моделирането и представянето – процес, близък до истинските научни изследвания. Такава роля (предизвикателство сама по себе си) може да донесе удовлетвореност.

Всички учители, с които сме имали възможност да работим по време на няколко курса и семинари, се оказаха готови за това. Вдъхновени от новите възможности, те успяха да преодолеят своите страхове, тъй като разбраха, че предложените дейности наблягат на умения за мислене и проучване, а не само на модерни технически умения.

Действайте и не се страхувайте да търсите заедно с учениците си – това е най-важното за съвременния учител! *Училището не е подготовка за живота, то е самият живот!*

ЦИТИРАНА ЛИТЕРАТУРА

1. Asimov, A. *Asimov laughs again*, Harper Perrenial, 1992
2. Papert, S. *Teaching Children to be Mathematicians vs. Teaching About Mathematics*, <http://hdl.handle.net/1721.1/5837> (11 март 2014)
3. Кендеров, П. *Иновации в математическото образование: европейските проекти InnoMathEd и Fibonacci*. 39 Пролетна математическа конференция на СМБ, С., 2010.
4. Баптист, П., К. Милер, Д. Рааб. *Към нов подход към математическото образование*. http://www.math.bas.bg/omi/Fibonacci/docs/SINUS_Bg-ver4.pdf (11 март 2014)
5. Papert, S. *Logo Philosophy and Implementation*, LCS Inc. 1999, ISBN 2-89371-494-3
6. Чехларова, Т. *Рестаурация на чиния*, динамичен сценарий, разработен по проекта Mascil, <http://www.math.bas.bg/omi/mascil/docs/task-PlateRestoration-BG.pdf> (11 март 2014)
7. Стефанова, Е., Бойчев, П., Ковачева, Е., Николова, Н., Сендова, Е. *ТИ и ИТ, Помагало за 7. клас*, Анубис, София, 2008
8. Бойчев, П. *Elica* <http://www.elica.net/site/index.html> (11 март 2014)
9. Виртуален училищен кабинет (*Матинет*) www.math.bas.bg/omi/cabinet/ (11 март 2014)
10. Чехларова, Т. *Да си направим снежинки*, динамичен сценарий, разработен по проекта Mascil, <http://www.math.bas.bg/omi/mascil/docs/task-Snowflakes-bg.pdf> (11 март 2014)

ОЩЕ НЕЩО, КОЕТО МОЖЕ ДА ВИ Е ПОЛЕЗНО

- Чехларова, Т., Е. Сендова. *Динамично паркетирание*. сп. Математика и информатика, бр.6, 2011. С. 5-17, ISSN 1310-2230
- Чехларова, Т. *Зад кулисите* сп. Математика, бр. 1. 2012.
- Чехларова, Т., Е. Сендова. *Практически задачи и упражнения по информационни технологии*. Развий въображението си с развивки. Анубис. 2010.
- Кендеров, П., Е. Сендова (ред.), *Изследователски подход в образованието по математика*, Регалия 6, С., 2013.
- Чехларова, Т. *Педагогически средства за математическото образование*. В: Педагогически форум. Тракийски университет, ДИПКУ, Стара Загора, бр.1. 2013. с. 104-112 ISSN 1314-7986
- Чехларова, Т., Е. Сендова. *Математическият пърформанс – социална игра или образователна технология*. 42 Пролетна математическа конференция на СМБ, С., 2013. с. 159-166 ISSN 1313-3330
- Кендеров, П., Е. Сендова, Т. Чехларова. *Европейският проект MASCIL – математика и природни науки за цял живот!* 42. Пролетна математическа конференция на СМБ, С., 2013. с.183-186 ISSN 1313-3330